

- 8.30** Setze  $x+h = x'$ , d.h.  $h = x' - x$ . Wie lauten damit die Formeln (2) und (3)?  
Veranschauliche sie an Skizzen für eine wachsende bzw. fallende lineare Funktion.

**Lösung:** (2)  $f(x') - f(x) = k \cdot (x' - x)$  (3)  $\frac{f(x') - f(x)}{x' - x} = k$

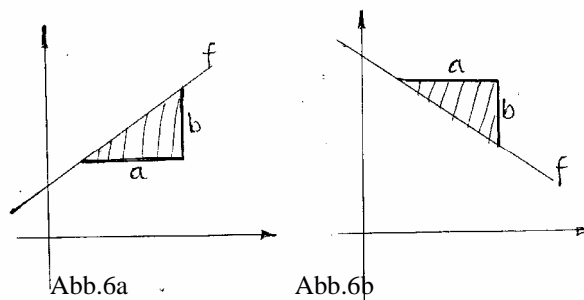
Fertige die Skizzen selbst an.

Man kann die Formel (2) auch so aussprechen:

Lineares Wachsen (Abnehmen) bedeutet: Gleiche Zunahme der Argumente (um  $h$ ) bewirkt stets gleiche Zunahme (Abnahme) der Funktionswerte (um  $k \cdot h$ ).

### Steigungsdreiecke

Die roten Dreiecke in den Abbildungen 3a,b, 4a,b und 5a,b bezeichnet man als *Steigungsdreiecke*. In Abb.6a,b sind solche Steigungsdreiecke nochmals dargestellt. Es gilt:  $|k| = \frac{b}{a}$ . Man merkt sich: Der Betrag von  $k$  ist gleich dem Verhältnis von „senkrechter“ zu „waagrechter“ Kathete in einem Steigungsdreieck.



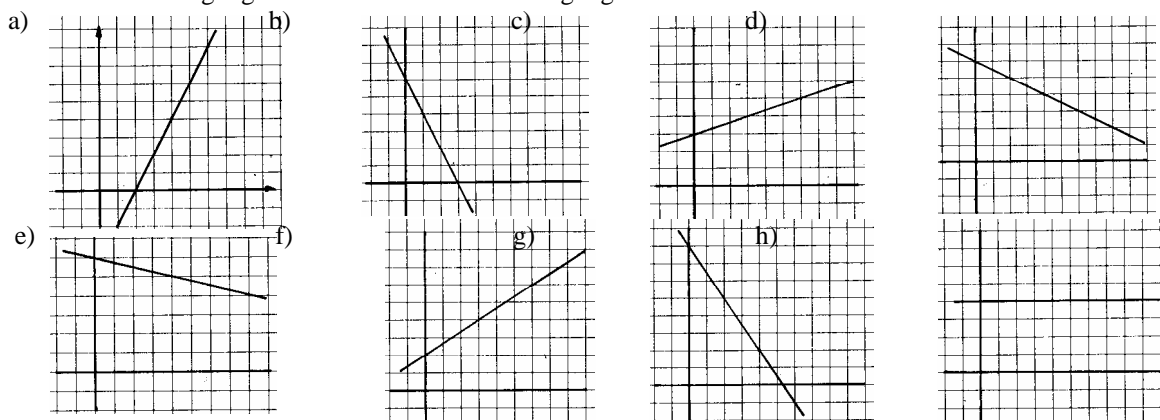
Ist der Graph einer linearen Funktion  $f$  vorgegeben, so kann man Steigungsdreiecke zum Ablesen von  $k$  verwenden. Man ermittelt die Kathetenlängen  $a$  und  $b$  eines beliebigen Steigungsdreiecks und erhält daraus  $|k| = \frac{b}{a}$ . Ist  $f$  steigend, erhält  $k$  ein positives Vorzeichen; ist  $f$  fallend, erhält  $k$  ein negatives Vorzeichen.

Ist umgekehrt  $k = \pm \frac{b}{a}$  vorgegeben, so kann man ein Steigungsdreieck zum Zeichnen des Graphen verwenden. Man ermittelt zunächst irgendeinen Punkt des Graphen, geht dann von diesem Punkt aus um  $a$  nach rechts und anschließend um  $b$  nach oben bzw. unten, je nachdem, ob  $k$  positiv oder negativ ist.

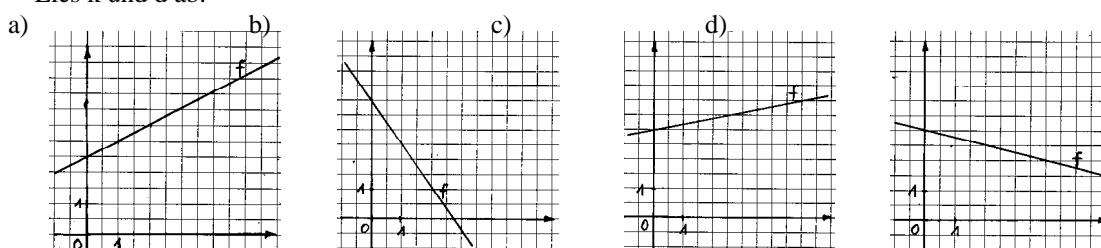
### Grundaufgaben

- 8.31** Beantworte für die folgende Funktion  $f$ , ohne zu rechnen: Um wie viel wächst bzw. fällt  $f(x)$ , wenn  $x$  um 1 erhöht wird?
- a)  $f(x) = 2x + 1$     c)  $f(x) = -5x + 6$     e)  $f(x) = 1,8x + 0,5$     g)  $f(x) = x$   
b)  $f(x) = 3x - 4$     d)  $f(x) = -4x - 10$     f)  $f(x) = -0,5x + 1,8$     h)  $f(x) = x$
- 8.32** Beantworte für die folgende Funktion  $f$ , ohne zu rechnen: Wievielmals schneller wächst  $f(x)$  als  $x$ , wenn  $x$  erhöht wird?
- a)  $f(x) = 3x + 1$     c)  $f(x) = 7x - 2$     e)  $f(x) = 1,5x + 4$     g)  $f(x) = 13,2x$   
b)  $f(x) = 4x + 11$     d)  $f(x) = 12x + 9$     f)  $f(x) = 3,4x - 1,2$     h)  $f(x) = 1000x$
- 8.33** Beantworte für die folgende Funktion  $f$ , ohne zu rechnen: Wenn  $x$  erhöht wird, in welchem Verhältnis steht die Erhöhung von  $f(x)$  zur Erhöhung von  $x$ ?
- a)  $f(x) = \frac{2}{3}x + 7$     c)  $f(x) = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$     e)  $f(x) = \frac{7}{3}x + 14$     g)  $f(x) = 2x - 45$   
b)  $f(x) = \frac{1}{4}x - 3$     d)  $f(x) = \frac{7}{10}x - \frac{9}{10}$     f)  $f(x) = \frac{11}{13}x - \frac{5}{13}$     h)  $f(x) = 9x + \frac{1}{9}$
- 8.34** Die folgende Formel gilt für eine direkte Proportionalitätsfunktion  $f$ . Gilt sie auch für eine beliebige lineare Funktion  $f$ ? Begründe.
- a)  $f(1) = k$     b)  $f(a \cdot x) = a \cdot f(x)$     c)  $f(x+y) = f(x) + f(y)$

**8.35** Zeichne ein Steigungsdreieck ein und lies die Steigung der Geraden ab:



**8.36** In der folgenden Abbildung ist der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$  dargestellt. Lies  $k$  und  $d$  ab.



**8.37** Der Graph der linearen Funktion  $f$  geht durch den Punkt  $P$  und hat die Steigung  $k$ . Zeichne den Graphen mit Hilfe eines Steigungsdreiecks.

- a)  $P = (0/2)$ ,  $k = \frac{1}{2}$    c)  $P = (0/5)$ ,  $k = -1$    e)  $P = (1/1)$ ,  $k = \frac{4}{7}$    g)  $P = (-1/1)$ ,  $k = \frac{3}{2}$   
 b)  $P = (0/-3)$ ,  $k = \frac{3}{5}$    d)  $P = (0/-1)$ ,  $k = -\frac{1}{2}$    f)  $P = (1/-1)$ ,  $k = -\frac{2}{3}$    h)  $P = (-1/-1)$ ,  $k = 2$

**8.38** Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen im Intervall  $[-4;4]$ . Was fällt auf?

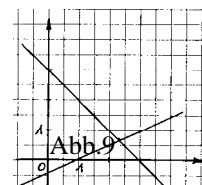
$$\begin{aligned} f_1(x) &= 3x-2 & f_3(x) &= \frac{1}{2}x-2 & f_5(x) &= -\frac{1}{2}x-2 \\ f_2(x) &= x-2 & f_4(x) &= -2x-2 & f_6(x) &= 0 \cdot x-2 \end{aligned}$$

**8.39** Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen im Intervall  $[-4;4]$ . Was fällt auf?

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 1,5x & f_3(x) &= 1,5x-2 & f_5(x) &= 1,5x-3 \\ f_2(x) &= 1,5x+2 & f_4(x) &= 1,5x+3 & f_6(x) &= 1,5x-4,5 \end{aligned}$$

**8.40** Von welchen der folgenden Funktionen sind in Abb.9 die Graphen gezeichnet? Zeichne die Graphen der fehlenden Funktionen.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x+1 & h(x) &= -x+3 \\ g(x) &= 0,5x-0,5 & m(x) &= -x+1,5 \end{aligned}$$



**8.41** Bestimme die Schnittpunkte des Graphen von  $f$  mit den Achsen.

- a)  $f(x) = \frac{1}{2}x+1$    c)  $f(x) = \frac{2}{5}x-2$    e)  $f(x) = \frac{3}{4}x$   
 b)  $f(x) = -\frac{3}{2}x+3$    d)  $f(x) = -x-1$    f)  $f(x) = -\frac{1}{6}x+4$

**8.42** Von einer linearen Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  weiß man: Multipliziert man die Änderung der Argumente mit 3, so erhält man die „Änderung der Funktionswerte“. Außerdem enthält der Graph der Funktion  $f$  den Punkt  $(0/0)$ . Gib eine Termdarstellung für  $f$  an.

**8.43** Vom Graphen einer linearen Funktion  $f$  kennt man die Punkte  $(1/4)$  und  $(3/6)$ . Gib eine Termdarstellung von  $f$  an.

**Lösung:** Sei  $f(x) = k \cdot x + d$ . Wir ermitteln  $k$  und  $d$ .

$$1. \text{ Möglichkeit: } \begin{cases} 4 = k \cdot 1 + d \\ 6 = k \cdot 3 + d \end{cases} \Rightarrow k = 1, d = 3 \Rightarrow f(x) = x + 3$$

$$2. \text{ Möglichkeit: } k = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{6 - 4}{3 - 1} = 1. \text{ Also gilt: } f(x) = x + d$$

$$\text{Aus } 4 = 1 + d \text{ folgt } d = 3. \text{ Also ist } f(x) = x + 3.$$

**8.44** Vom Graphen einer linearen Funktion  $f$  kennt man die folgenden beiden Punkte. Gib eine Termdarstellung von  $f$  an.

- |                     |                      |                     |                         |
|---------------------|----------------------|---------------------|-------------------------|
| a) $(2/-3), (7/7)$  | c) $(0/2), (1/5)$    | e) $(-3/12), (1/4)$ | g) $(2/-3,5), (4/-8,5)$ |
| b) $(-1/-3), (4/7)$ | d) $(2/-3), (-2/13)$ | f) $(1/0), (3/3)$   | h) $(-5/-15), (2/6)$    |